IV.4.2.3.2. Transfer de masa la forta motoare globala variabila

Ecuatiile transferului de masa prezentate anterior sunt valabile numai in ipoteza in care forta motoare globala in fiecare faza nu variaza pe suprafata de transfer de masa. Aceasta situatie reprezinta un caz cu totul particular care a fost luat in considerare pentru a simplifica deducerea celor doi coeficienti de transfer de masa.

In *aparatele industriale forta motoare globala a transferului de masa este variabila*. Acest fapt poate fi evidentiat in cazul absorbtiei cu ajutorul diagramei in care se reprezinta linia de *operare si curba de echilibru a sistemului gaz-lichid considerat*.

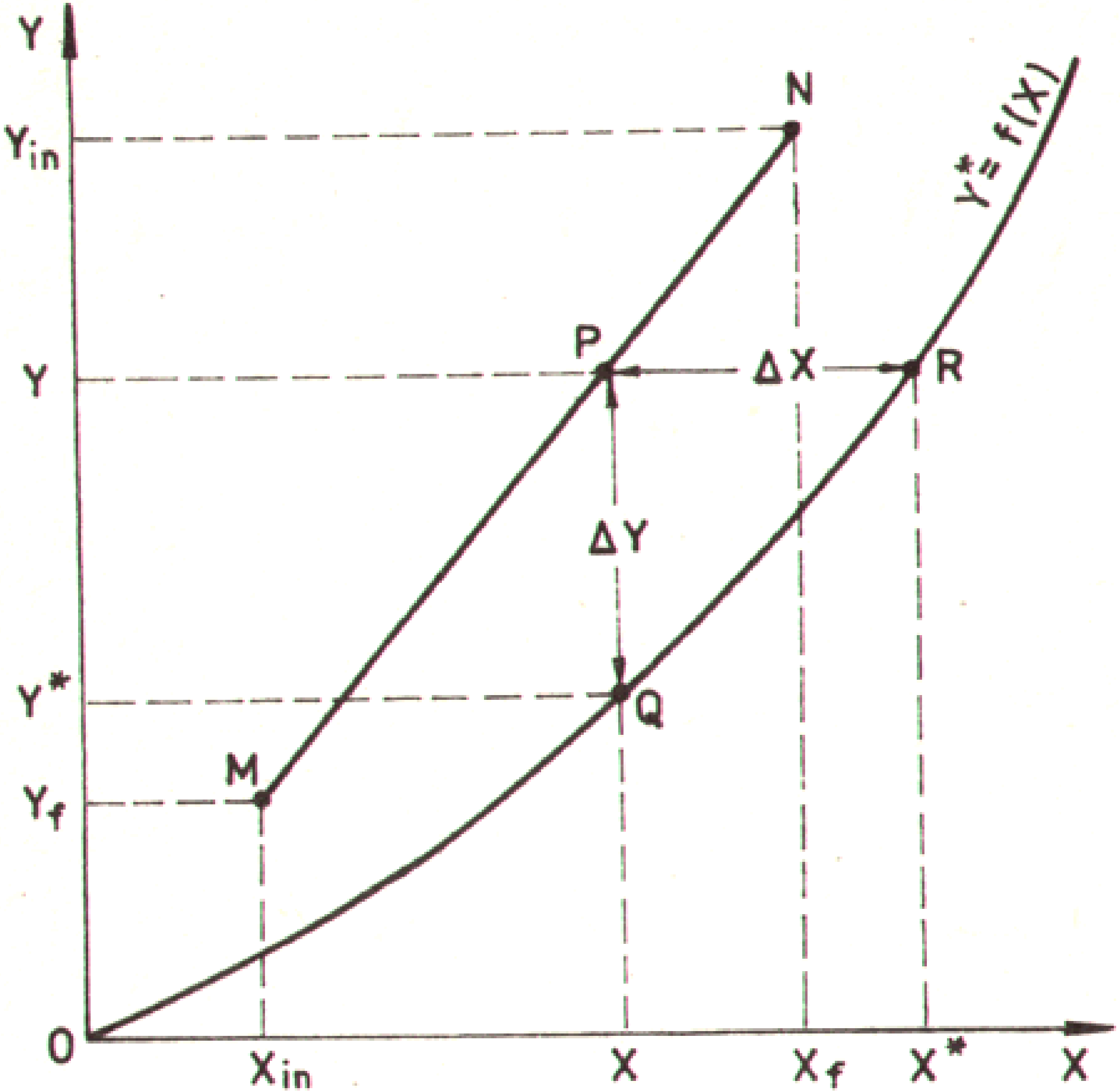

Fig. IV.12
Forțele motoare globale locale, în cele două faze, într-o coloană de absorbție.

Pentru o valoare curenta a concentratiei solutului in faza gaz, **Y**, concentratia aceluiasi component in faza lichida, **X**, este data de abscisa punctului **P** situat pe linia de operare. Concentratia la echilibru $\mathbf{X^*}$**,** corespunzatoare concentratiei curente in faza gaz, **Y**, va fi data de abscisa punctului **R**, situat pe curba de echilibru, la intersectia acesteia cu paralela la abscisa dusa prin punctul **P**.

Rezulta ca segmentul $\mathbf{PR=X^*-X=\Delta X}$, reprezinta tocmai forta motoare globala a transferului raportata la faza lichid. Daca se considera alte puncte, **X**, **Y** de pe linia de operare, prin acalasi rationament rezulta ca fortele motoare globale raportate la la faza lichid sunt reprezentate prin segmentele de dreapta orizontale cuprinse intre linia de operare si curba de echilibru. Este evident ca aceste segmente nu au lungimea egala, ceea ce semnifica faptul ca *forta motoare globala este variabila in aparat*.

Aceeasi concluzie este valabila si pentru forta *motoare globala raportata la faza gaz* (**PQ=Y – Y*).**

Daca forta motoare globala este variabila in aparat, fluxul unitar de masa se exprima prin relatii ce tin cont de variatia fortei motoare si care sunt cunoscute sub numele de *ecuatiile transferului de masa global la forta motoare variabila*.

Pentru deducerea acestor ecuatii se alege ca exemplu tot operatia de absorbtie.

Daca se considera o suprafata de transfer infinit mica **dA**, dintr-o coloana de absorbtie, pe acast element de suprafata se poate considera ca forta motoare globala este constanta, astfel incat fluxul de solut **A**, absorbit din gaz in lichid poate fi exprimat prin relatia:

$$dN_A = K_g\left(Y - Y^*\right)\cdot dA = K_l\left(X^* - X\right)\cdot dA \qquad \text{(IV.83)}$$

Pentru acelasi element de suprafata, bilantul solutului **A** se exprima prin relatia:

$$dN_A = -G \cdot dY = LdX \qquad \text{(IV.84)}$$

Prin combinarea corespunzatoare a relatiilor (IV.83) si (IV.84) se obtin doua ecuatii diferentiale cu variabile separabile, cate una pentru fiecare faza:

(*a*) - *pentru faza gaz*, rezulta:

$$-GdY = K_g\left(Y - Y^*\right) \cdot dA \qquad \text{(IV.85)}$$

Separand variabilele si integrand, se obtine:

$$\int_0^A dA = -\frac{G}{K_g}\int_{Y_{in}}^{Y_f}\frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.86)}$$

sau:

$$A = \frac{G}{K_g} \int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.87)}$$

Dar din bilantul solutului pe intreaga coloana de absorbtie rezulta:

$$G = \frac{N_A}{Y_{in} - Y_f} \qquad \text{(IV.88)}$$

sau:

$$N_A = K_g \cdot A \cdot \frac{Y_{in} - Y_f}{\int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*}} \qquad \text{(IV.89)}$$

In ecuatia (IV.89) raportul:

$$\Delta Y_m = \frac{Y_{in} - Y_f}{\int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*}} \qquad \text{(IV.90)}$$

reprezinta *forta motoare globala medie raportata la faza gaz*.

Cu aceasta notatie relatia (IV.89) devine:

$$N_A = K_g \cdot A \cdot \Delta Y_m \qquad \text{(IV.91)}$$

cunoscuta sub denumirea de *ecuatia transferului global de masa la forta motoare variabila, raportata la faza gaz*.

(b) pentru faza lichid, din relatiile (IV.83) si (IV.84) rezulta:

$$K_l\left(X^* - X\right)\cdot dA = L \cdot dX \tag{IV.92}$$

din care:

$$\int_0^A dA = \frac{L}{K_l}\int_{X_{in}}^{X_f}\frac{dX}{X^* - X} \tag{IV.93}$$

sau:

$$A = \frac{L}{K_l}\int_{X_{in}}^{X_f}\frac{dX}{X^* - X} \tag{IV.94}$$

Dar din bilantul solutului pe intreaga coloana de absorbtie:

$$L = \frac{N_A}{X_f - X_{in}} \tag{IV.95}$$

si relatia(IV.94) devine:

$$N_A = K_l \cdot A \cdot \frac{X_f - X_{in}}{\int_{X_{in}}^{X_f} \frac{dX}{X^* - X}} \qquad \text{(IV.96)}$$

in care raportul:

$$\Delta X_m = \frac{X_f - X_{in}}{\int_{X_{in}}^{X_f} \frac{dX}{X^* - X}} \qquad \text{(IV.97)}$$

reprezinta *forta motoare globala medie raportata la faza lichid*.

Utilizand aceasta notatie in relatia (IV.96), rezulta:

$$N_A = K_l \cdot A \cdot \Delta X_m \qquad \text{(IV.98)}$$

care este cunoscuta sub denumirea de *ecuatia transferului global de masa la forta motoare variabila, raportata la faza lichid*.

Ecuatiile transferului global de masa la forta motoare globala variabila sunt denumite si *ecuatiile de dimensionare (proiectare) ale aparatelor pentru transferul de masa*, deoarece din acestea se calculeaza suprafata de transfer de masa:

$$A = \frac{N_A}{K_g \cdot \Delta Y_m} = \frac{N_A}{K_l \cdot \Delta X_m} \qquad \text{(IV.99)}$$

Pentru calculul $\boldsymbol{\Delta y_m}$ sau $\boldsymbol{\Delta X_m}$ se utilizeaza relatia (IV.90) sau (IV.97). In acest scop trebuie rezolvate integralele din cele doua relatii. Rezolvarea acestora se efectueaza prin doua metode: *grafic si analitic*.

a) ***Daca intre concentratia actuala si cea la echilibru nu se poate stabili o dependenta analitica, integralele se rezolva grafic.***

Aceasta este cazul cel mai frecvent intalnit in aparatele industriale si corespund cazului general, cand echilibrul dintre faze nu poate fi exprimat prin legea Henry.

Integrarea grafica a functiei $\frac{1}{Y - Y^*}$ se face utilizand reprezentarea la scara *a liniei de operare* si *a curbei de echilibru*.

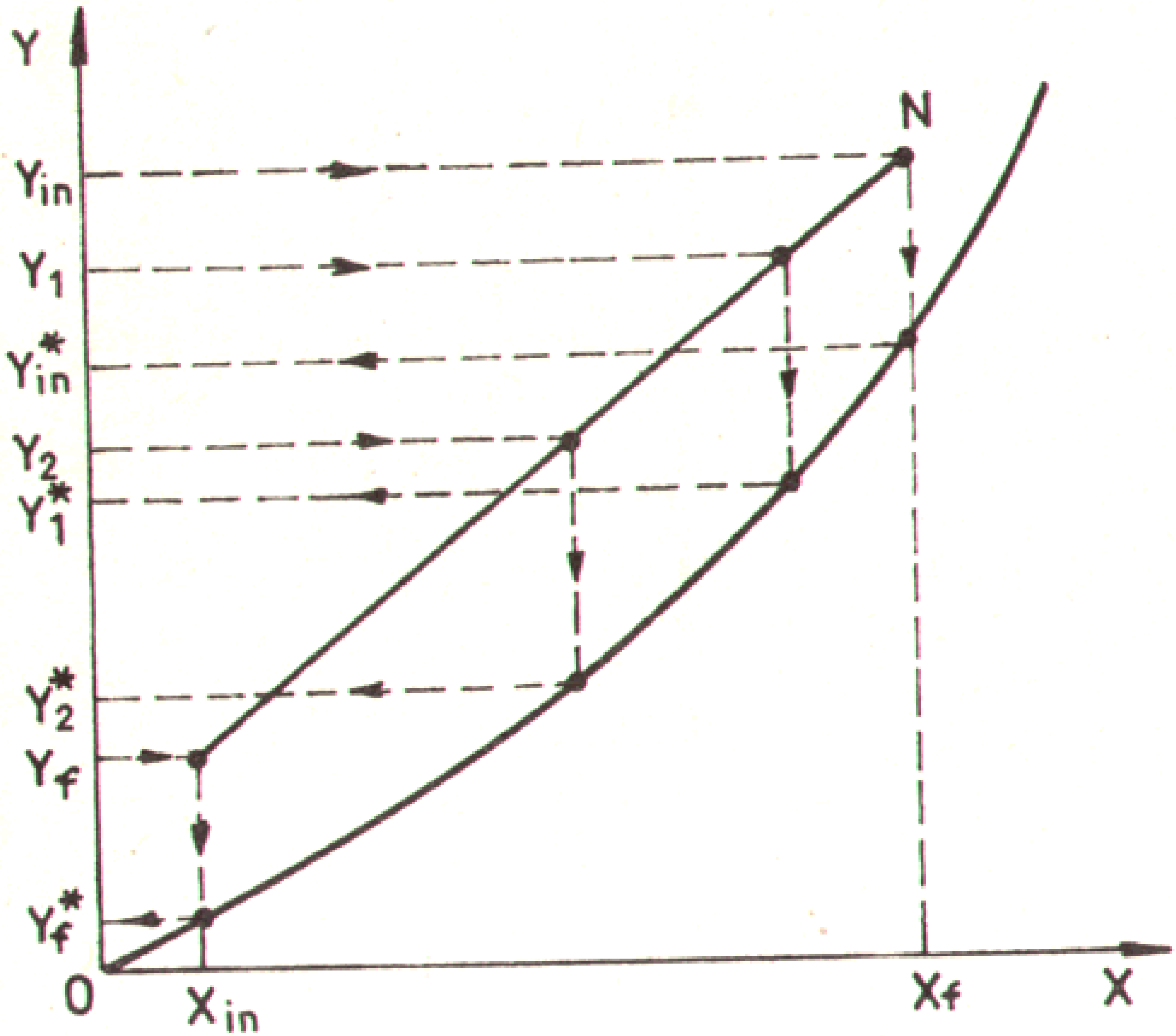

Fig. IV.13
Determinarea grafică a concentraţiilor la echilibru, Y^*, pentru cîteva valori arbitrare ale concentraţiilor, Y, în faza gaz.

Intre concentratiile extreme $\mathbf{Y_f}$ si $\mathbf{Y_{in}}$ corespunzatoare intrarilor si iesirilor fazelor din aparat, se aleg cateva valori intermediare: $\mathbf{Y_1}$, $\mathbf{Y_2}$, $\mathbf{Y_3}$ …….$\mathbf{Y_n}$.

Pentru fiecare valoare **Y** se determina din diagrama reprezentata in figura anterioara, valoarea corespunzatoare a concentratiei la echilibru, $\mathbf{Y^*}$. Cu aceste valori se intocmeste un tabel de forma:

Y	Y^*	$\dfrac{1}{Y - Y^*}$
Y_{in}	Y_{in}^*	$\dfrac{1}{Y_{in} - Y_{in}^*}$
Y_1	Y_1^*	$\dfrac{1}{Y_1 - Y_1^*}$
Y_2	Y_2^*	$\dfrac{1}{Y_2 - Y_2^*}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Y_f	Y_f^*	$\dfrac{1}{Y_f - Y_f^*}$

Se reprezinta grafic valoarea functiei $\dfrac{1}{Y - Y^*}$, avand ca variabila concentratia **Y**. Tinand cont de semnificatia geometrica a integralei definite, rezulta ca aria suprafetei cuprinsa intre curba din figura IV.14 si dreptele verticale $\mathbf{Y=Y_f}$ si $\mathbf{Y=Y_{in}}$ este egala cu valoarea integralei:

$$\int_{Y_f}^{Y_{in}} \frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.100)}$$

Valoarea acestei suprafete se determina prin planimetrare.

Metoda de integrare grafica expusa anterior se aplica la fel si pentru rezolvarea integralei din relatia (IV.96).

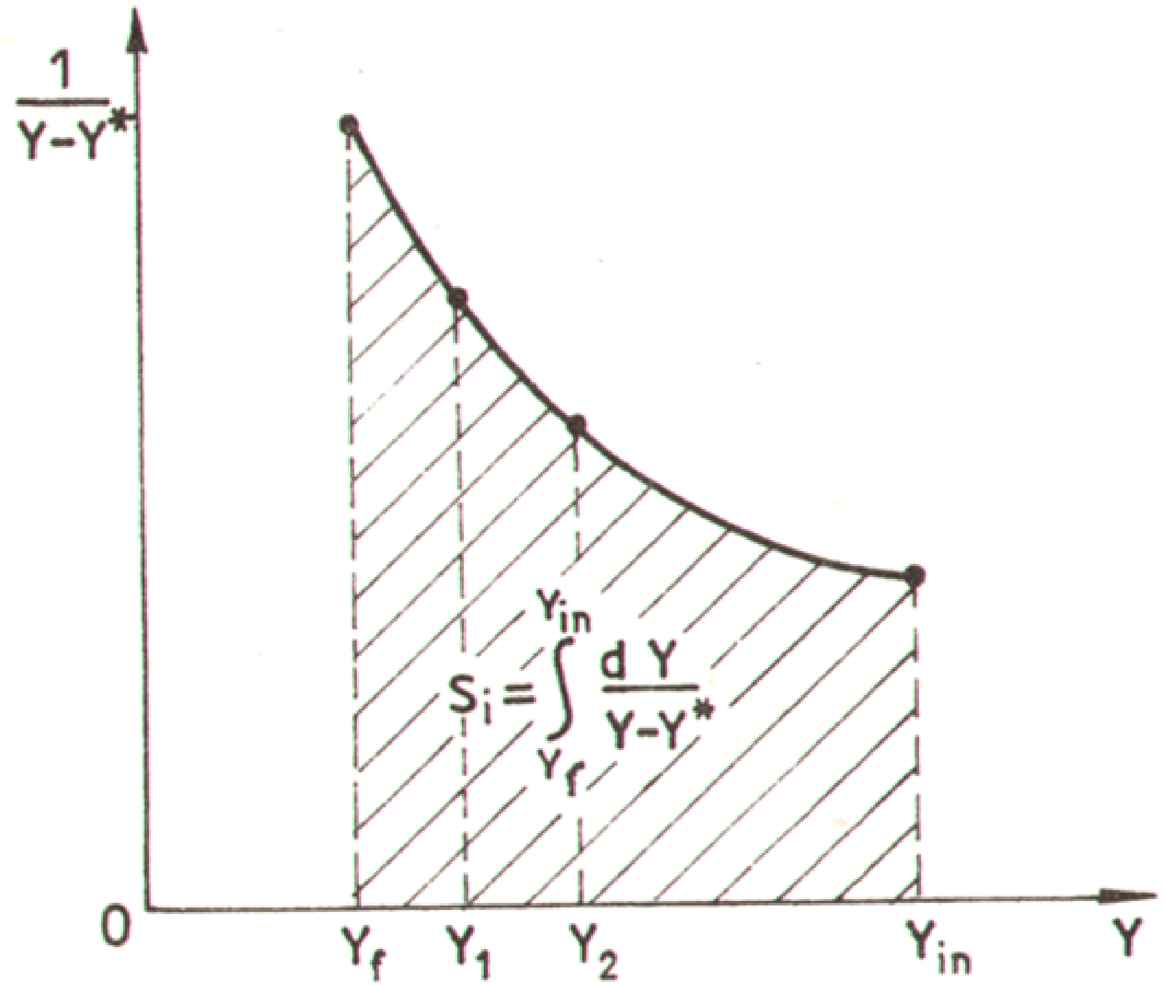

Fig. IV.14
Rezolvarea grafică a integralei din relaţia (IV. 100).

b) ***<u>Daca intre concentratia actuala si cea de echilibru se poate stabili o relatie analitica de dependenta, integralele se rezolva analitic</u>*.**

Aceasta presupune ca pentru sistemul gaz-lichid considerat sa-i fie aplicabila legea Henry pe tot domeniul concentratiilor fazelor in absorber. In acest caz atat linia de operare cat si cea de echilibru sunt drepte (fig.IV.15).

Este evident ca daca **Y** si **Y*** variaza liniar, atunci si diferenta **ΔY=Y-Y*** variaza tot liniar in functie de concentratia fazei gazoase.

Panta dreptei din fig. IV.16 este data de relatia:

$$tg\alpha = \frac{d\Delta Y}{dY} = \frac{NP}{MP} = \frac{\Delta Y_{in} - \Delta Y_f}{Y_{in} - Y_f} \qquad \text{(IV.101)}$$

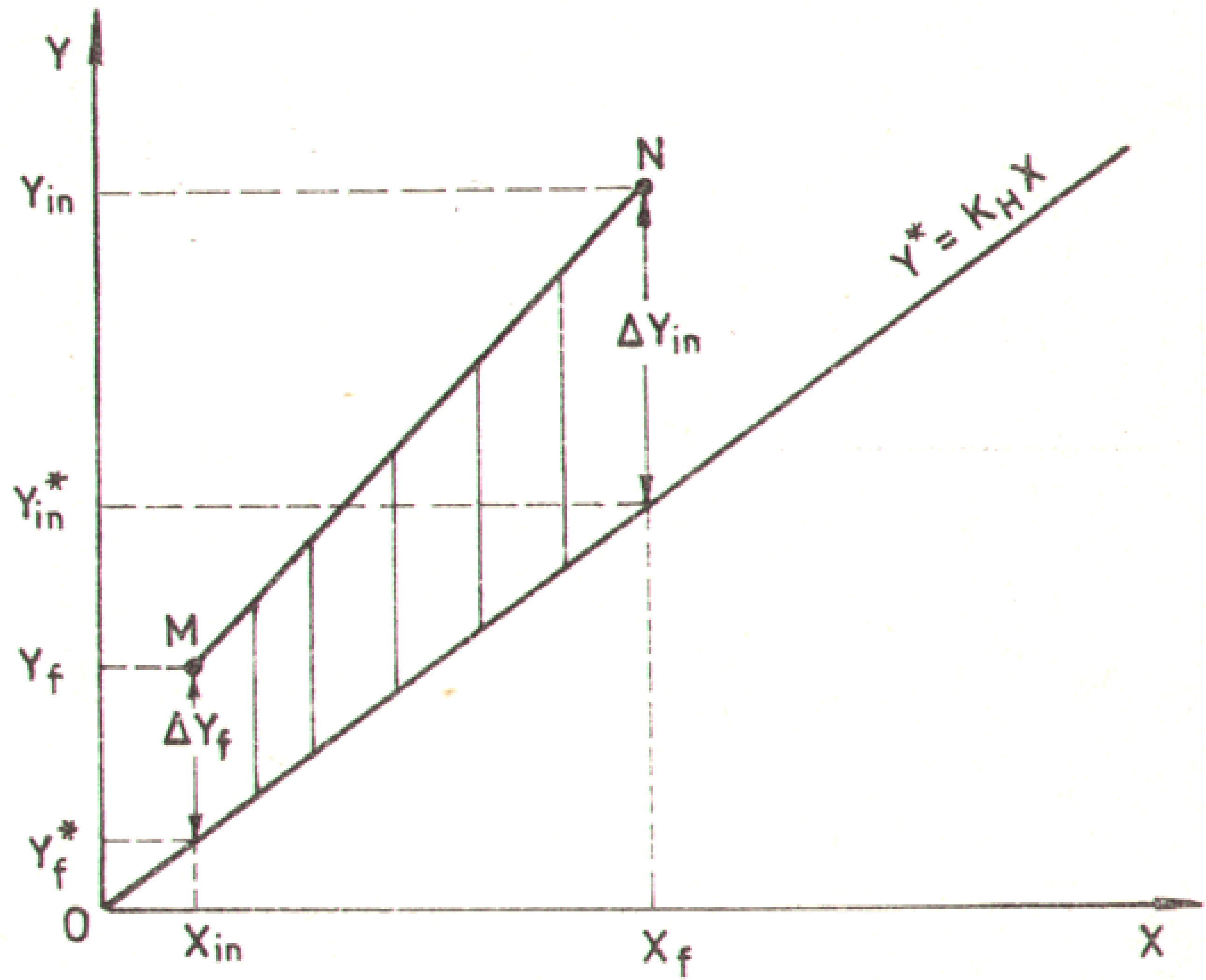

Fig. IV.15
Linia de operare şi linia de echilibru la sisteme pentru care este valabilă legea Henry.

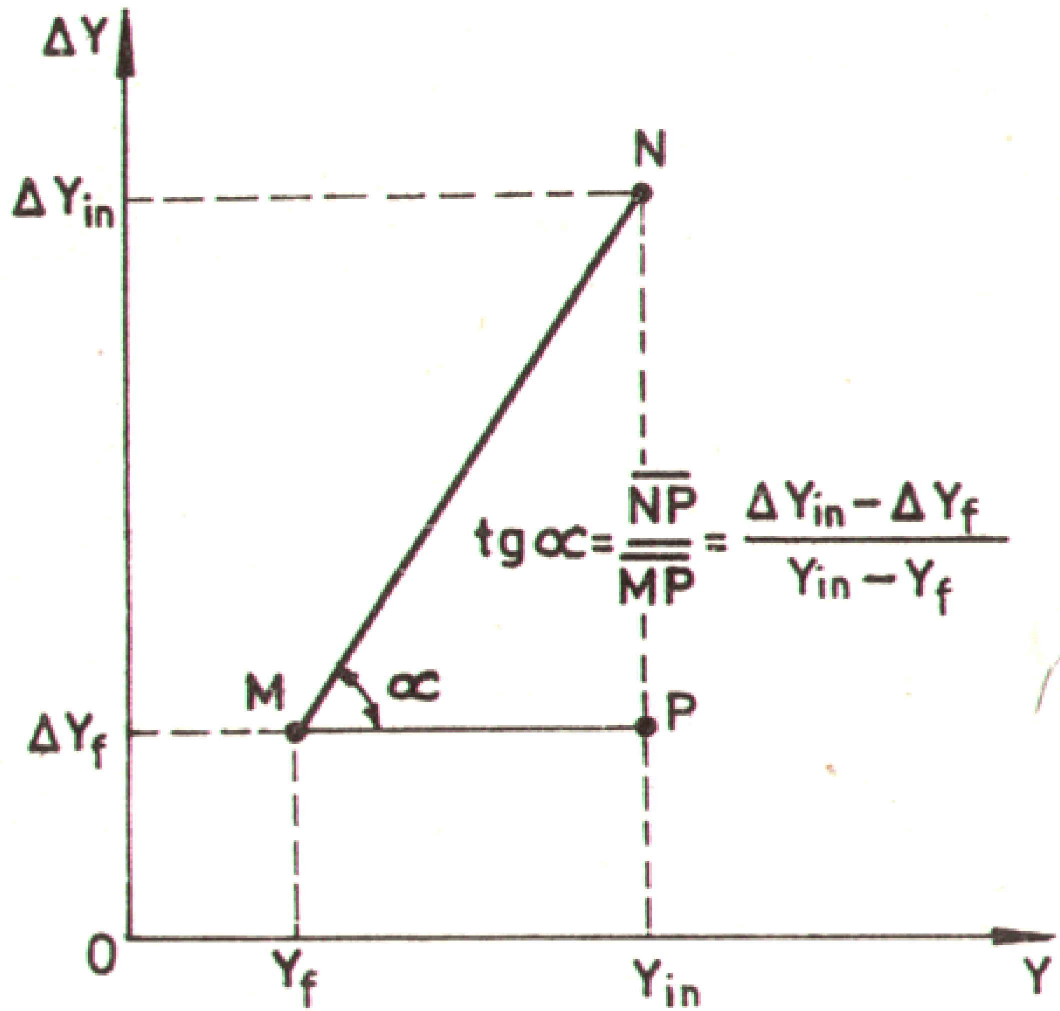

Fig. IV.16
Variaţia forţei motoare globale funcţie de concentraţia gazului.

din care:
$$dY = \frac{Y_{in} - Y_f}{\Delta Y_{in} - \Delta Y_f} \cdot d\Delta Y \qquad \text{(IV.102)}$$

Inloculnd expresia lui **dY** data de relatia (IV.102) in relatia (IV.90), rezulta:

$$\Delta Y_m = \frac{Y_{in} - Y_f}{\int\limits_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*}} = \frac{Y_{in} - Y_f}{\frac{Y_{in} - Y_f}{\Delta Y_{in} - \Delta Y_f} \int\limits_{\Delta Y_f}^{\Delta Y_i} \frac{d\Delta Y}{\Delta Y}} =$$

$$= \frac{\Delta Y_{in} - \Delta Y_f}{\ln \frac{\Delta Y_{in}}{\Delta Y_f}} \qquad \text{(IV.103)}$$

in care: $\mathbf{\Delta Y_{in}=Y_{in}-Y^*_{in}}$ iar $\mathbf{\Delta y_f =Y_f -Y^*_f}$ reprezinta fortele motoare globale la intrarea si la iesirea din coloana de absorbtie.

Prin urmare la sistemele pentru care este valabila legea Henry *forta motoare globala medie este data de media logaritmica a fortelor motoare de la capetele coloanei*.

Pentru astfel de sisteme forta motoare globala este constanta pe intreaga coloana, daca linia de operare este paralela cu linia de echilibru, adica adunci cand:

$$\frac{L}{G}=\frac{Y_{in}-Y_f}{X_f-X_{in}}=K_H \tag{IV.104}$$

Acesta este cazul particular care a fost considerat la deducerea expresiilor coeficientilor globali de transfer de masa.

Prin acelasi rationament pentru forta motoare globala medie raportata la faza lichid, se deduce relatia:

$$\Delta X_m = \frac{\Delta X_f - \Delta X_{in}}{\ln \dfrac{\Delta X_f}{\Delta X_{in}}} \qquad \text{(IV.105)}$$

in care:

$$\Delta X_f = X_f^* - X_f \quad \text{iar} \quad \Delta X_{in} = X_{in}^* - X_{in}$$

sunt *fortele motoare globale raportate la faza lichid* calculate la capatul de la iesirea si de la intrarea din coloana.

IV.4.2.4. Dimensionarea utilajelor pentru transferul de masa

Din punctul de vedere al modului de contactare al fazelor utilajele pentru transferul de masa se clasifica in: *utilaje cu contact in trepte si in utilaje cu contact diferential*.

In utilajele cu contact in trepte concentratia fazelor *variaza in salturi (discret).* Din categoria acestor aparate fac parte *coloanele cu talere*, indiferent de tipul constructiv de taler.

In utilajele cu contact diferential concentratia fazelor *variaza continuu*. Din aceasta categorie fac parte: *coloanele cu umplutura, aparatele cu film subtire, aparatele cu pulverizare*, etc.

Utilajele in care se realizeaza operatii ale transferului de masa sunt cel mai adesea aparate de tip coloana, pentru care dimensiunile tehnologice principale sunt *diametrul si inaltimea*.

IV.4.2.4.1. Calculul diametrului aparatelor

Intr-un aparat in care se realizeaza o operatie a transferului de masa sunt contactate cel putin doua faze care pot circula in contracurent sau in echicurent.

Diametrul trebuie corelat cu *productivitatea aparatului*, exprimata prin *debit*, si cu *viteza fazelor* in aparat.

Diametrul se calculeaza din debitul *fazei continue*, intelegand prin faza continua, faza care ocupa fractia cea mai mare din volumul aparatului.

De exemplu, in absorbtie faza continua este *gazul*, in *rectificare* faza continua este *faza de vapori*, etc.

$$M_v = v_f \cdot \frac{\pi D^2}{4} \qquad \text{(IV.106)}$$

in care: $\mathbf{M_v}$ este debitul volumic al fazei continue, iar $\mathbf{v_f}$ este *viteza fictiva* a acestei faze.

Viteza fictiva se alege conform recomandarilor date in literatura de specialitate, functie de tipul operatiei si de tipul constructiv de aparat.

IV.4.2.4.2. Calculul inaltimii aparatelor

Inaltimea aparatelor depinde de gradul de separare impus amestecului, de forta motoare si de viteza transferului (cinetica).

Metoda de determinare a inaltimii aparatului depinde de tipul de contact dintre faze – *in trepte* sau *diferential*.

IV.4.2.4.2.1 Calculul inaltimii aparatelor cu contact in trepte

La aparatele cu talere forta motoare a procesului este exprimata indirect prin *numarul treptelor teoretice de contact (numarul talerelor teoretice)*, iar cinetica procesului prin *eficacitatea (randamentul) talerului sau a aparatului*.

Inaltimea coloanei este data de produsul dintre *numarul treptelor reale de contact* $\mathbf{n_r}$ si *distanta dintre doua talere succesive*, **h**:

$$H = n_r \cdot h \qquad \text{(IV.107)}$$

Numarul real de trepte de contact se calculeaza in functie de numarul de talere teoretice. Prin *taler teoretic* se intelege o unitate ideala de contact pe care se stabileste echilibrul termodinamic intre faze. In realitate pe taler nu se atinge echilibrul, astfel incat gradul de separare este mai mic decat pe talerul teoretic. Raportul dintre variatia concentratiei intr-o faza pe talerul real si variatia concentratiei corespunzatoare unui taler teoretic, defineste *eficacitatea (randamentul) talerului*.

Eficacitatea variaza de la un taler la altul, astfel incat pentru intreaga coloana se defineste o *eficacitate globala* $\boldsymbol{\eta_t}$, ca raport intre numarul de talere teoretice, **n**, si numarul real de talere, $\mathbf{n_r}$, pentru a realiza acelasi grad de separare:

$$\eta_t = \frac{n}{n_r} \qquad \text{(IV.108)}$$

Eficacitatea (randamentul) globala a unei coloane se recomanda a se determina experimental.

Determinarea numarului talerelor teoretice, **n**, se face prin *metode grafice* sau *analitice care sunt specifice fiecarei operatii in parte*.

In metoda grafica de determinare a numarului de talere teoretice in *absorbtie* se reprezinta la scara linia de operare si curba de echilibru a sistemului considerat.

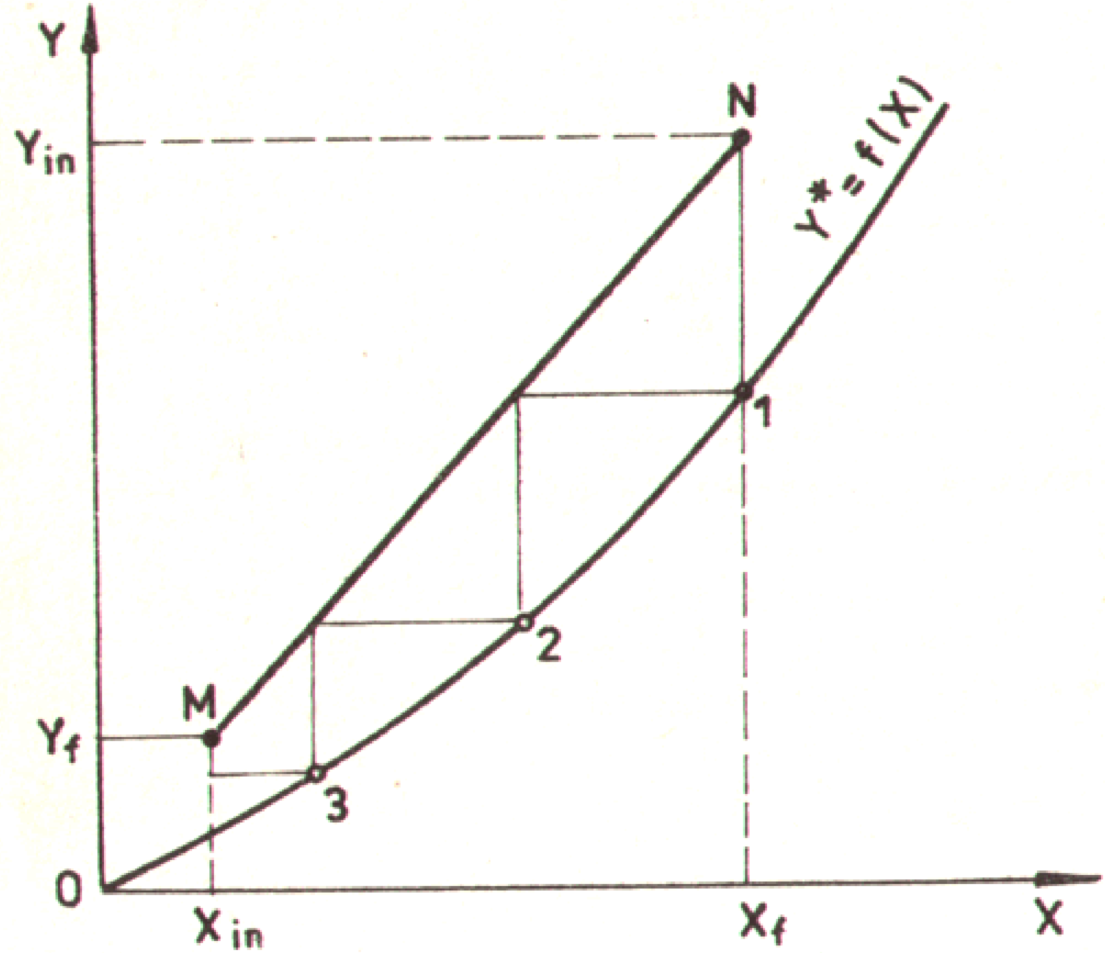

Fig. IV.17
Determinarea numărului de talere în absorbţie prin metoda grafică.

Intre limitele de variatie a concentratiei fazelor in coloana se executa o constructie in trepte, *trasand segmente verticale* si *orizontale*, intre *linia de operare si curba de echilibru*.

Numarul punctelor de intersectie ale constructiei in trepte cu curba de echilibru da numarul de talere teoretice, **n**, in functie de care se calculeaza numarul real de talere, dupa determinarea eficacitatii globale a coloanei:

$$n_r = \frac{n}{\eta_t} \qquad \text{(IV.109)}$$

IV.4.2.4.2.2. Calculul inaltimii aparatelor cu contact diferential

In cazul acestor aparate forta motoare si cinetica procesului pot fi exprimate in trei moduri:

(i) – forta motoare se exprima ca *diferenta de concentratii*, iar cinetica prin *coeficientii globali de transfer de masa*;

(ii) – forta motoare se exprima indirect in termeni de *numar al unitatilor de transfer*, iar cinetica procesului in termeni de *inaltime a unitatii de transfer*;

(iii) – forta motoare se exprima indirect in termeni de *numar al treptelor teoretice de contact (talere teoretice)* iar cinetica in termeni de *inaltime echivalenta cu o trapta teoretica*.

In functie de modul de exprimare a fortei motoare si a cineticii, inaltimea acestor coloane se poate calcula prin trei metode:

A.) Calculul inaltimii din suprafata de transfer de masa.

Din ecuatiile transferului global de masa se calculeaza suprafata de transfer de masa, **A**:

$$A = \frac{N_A}{K_g \cdot \Delta Y_m} = \frac{N_A}{K_l \cdot \Delta X_m} \qquad \text{(IV.110)}$$

Suprafata de transfer se poate exprima in functie de inaltimea aparatului . De exemplu in cazul coloanelor cu umplutura suprafata de transfer de masa este data de aria laterala a corpurilor de umplere:

$$A = V_u \cdot \sigma \cdot f = H_u \cdot S \cdot \sigma \cdot f \qquad \text{(IV.111)}$$

in care: V_u este volumul ocupat de umplutura in aparat;
σ – suprafata specifica a umpluturii;
$f \leq 1$ – factorul de udare a umpluturii;

$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$ - sectiunea transversala a coloanei.

Din relatia (IV.111) se calculeaza inaltimea stratului de umplutura $\mathbf{H_u}$, care dicteaza inaltimea coloanei:

$$H_u = \frac{A}{S \cdot \sigma \cdot f} = \frac{N_A}{K_g \cdot \Delta Y_m \cdot S \cdot \sigma \cdot f} =$$

$$= \frac{N_A}{K_l \cdot \Delta X_m \cdot S \cdot \sigma \cdot f} \qquad \text{(IV.112)}$$

B.) Calculul inaltimii ca produs intre inaltimea unitatii de transfer, I.U.T., si numarul unitatilor de transfer, N.U.T.

Pentru stabilirea relatiei de calcul a inaltimii aparatului utilizand aceste marimi se considera, de exemplu, ca intr-un asfel de aparat se efectueaza operatia de absorbtie.

Pentru o suprafata infinit mica **dA** bilantul de materiale al solutului se exprima prin relatia:

$$dN_A = -G \cdot dY = LdX \qquad \text{(IV.113)}$$

iar ecuatia transferului de masa, devine:

$$dN_A = K_g\left(Y - Y^*\right) \cdot dA = K_l\left(X^* - X\right) \cdot dA \qquad \text{(IV.114)}$$

Prin combinarea relatiilor (IV.113) si (IV.114) se obtine:

- *pentru faza gaz:*

$$-GdY = K_g\left(Y - Y^*\right)\cdot dA \qquad \text{(IV.115)}$$

Se separa variabilele in ecuatia de mai sus si se integreaza pe intreaga coloana:

$$\int_0^A dA = -\frac{G}{K_g}\int_{Y_{in}}^{Y_f}\frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.116)}$$

deci:

$$A = \frac{G}{K_g}\int_{Y_{in}}^{Y_f}\frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.117)}$$

Considrand ca absorbtia se realizeaza intr-o coloana cu umplutura **A=H_uS σ f** si din relatia (IV.117) rezulta:

$$H_u = \frac{G}{K_g \cdot S \cdot \sigma \cdot f} \int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.118)}$$

Valoarea intrgralei este un numar adimensional denumit *numarul unitatilor de transfer raportat la faza gaz*:

$$(N.U.T.)_g = \int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*} \qquad \text{(IV.119)}$$

Grupul de marimi din fata integralei are dimensuinile unei inaltimi fiind denumit *inaltimea unitatii de transfer raportata la faza gaz*:

$$(I.U.T.)_g = \frac{G}{K_g \cdot S \cdot \sigma \cdot f} \qquad \text{(IV.120)}$$

Prin urmare:

$$H_u = (I.U.T.)_g \cdot (N.U.T.)_g \qquad \text{(IV.121)}$$

- *pentru faza lichid:* din ecuatia diferentiala:

$$L \cdot dX = K_l \left(X^* - X \right) \cdot dA \qquad \text{(IV.122)}$$

urmand acelasi rationament, se obtine in final:

$$H_u = \frac{L}{K_l \cdot S \cdot \sigma \cdot f} \int_{X_{in}}^{X_f} \frac{dX}{X^* - X} \qquad \text{(IV.123)}$$

in care:

$$\left(N.U.T. \right)_l = \int_{X_{in}}^{X_f} \frac{dX}{X^* - X} \qquad \text{(IV.124)}$$

este *numarul unitatilor de transfer raportat la faza lichid*, iar:

$$(I.U.T.)_l = \frac{L}{K_l \cdot S \cdot \sigma \cdot f} \qquad (IV.125)$$

este *inaltimea unitatii de transfer raportata la faza lichid*, si deci:

$$H_u = (I.U.T.)_l \times (N.U.T.)_l \qquad (IV.126)$$

Tinand cont de relatiile de definitie a fortei motoare globale medii si de expresiile numarului unitatilor de transfer legatura dintre aceste marimi se exprima prin relatiile:

$$\Delta Y_m = \frac{Y_{in} - Y_f}{\int_{Y_{in}}^{Y_f} \frac{dY}{Y - Y^*}} = \frac{Y_{in} - Y_f}{(N.U.T.)_g} \qquad (IV.127)$$

respectiv:

$$\Delta X_m = \frac{\Delta X_f - \Delta X_{in}}{\ln \dfrac{\Delta X_f}{\Delta X_{in}}} = \frac{X_f - X_{in}}{(N.U.T.)_l} \qquad \text{(IV.128)}$$

C.) Calculul inaltimii ca produs intre numarul de trepte (talere) teoretice, n, si inaltimea echivalenta a unei trepte teotetice I.E.T.T.

In aceasta metoda se face abstractie de contactul diferential determinandu-se numarul de trepte teoretice de contact necesare realizarii unei separari impuse, prin metodele utilizate in cazul aparatelor cu talere.

Inaltimea umpluturii va fi data de produsul dintre numarul treptelor teoretice, **n**, si o marime denumita *inaltimea echivalenta a unei trepte teoretice*, I.E.T.T.

$$H_u = n \times I.E.T.T. \qquad \text{(IV.129)}$$

Prin inaltimea echivalenta a unei trepte teoretice se *intelege inaltimea din aparat (cum ar fi inaltimea unui strat de umplutura) pe care se realizeaza o variatie a concentratiei fazelor egala cu cea care s-ar realiza pe un taler teoretic.*

Aceasta marime se determina experimental.