

## ***II.2.5.3. Transfer de impuls interfazic***

Majoritatea problemelor de curgere intalnite in inginerie pot fi grupate in una dintre urmatoarele categorii:

- *curgerea in spatii inchise, de diverse geometrii;*
- *curgerea in jurul corpurilor imersate.*

In prima categorie pot fi incluse: *transportul fluidelor prin conducte, prin canale, curgerea prin diverse tipuri de utilaje (schimbatoare de caldura, reactoare chimice, etc), curgerea prin porii unui mediu poros s.a.*

In cea de a doua categorie intra: *curgerea peste un fascicul de tevi, deplasarea particulelor solide in sedimentare, miscarea aerului in jurul aripilor unui avion sau a caroseriei unui autovehicol, deplasarea unui agitator intr-un lichid, etc.* 1

La curgerea prin spatii inchise se pune problema *stabilirii unei relatii de dependenta intre caderea de presiune si debit (sau viteza medie)*. In cazul curgerii in jurul corpurilor imersate se pune problema de a stabili o relatie intre viteza *relativa dintre fluid si solid si forta de rezistenta pe care o exercita solidul la curgerea fluidului*.

Daca se cunosc distributia vitezelor si a presiunii in sistemul de curgere aceste dependente se pot stabili sub forma unei relatii analitice. Deoarece pentru multe sisteme nu se pot determina profilul vitezelor si al presiunii s-a pus problema folosirii altor metode pentru stabilirea acestor dependente. O astfel de metoda bazata si pe utilizarea datelor experimentale este *metoda coeficientilor de frecare*.

Notiunea de *coeficient de frecare* a fost introdusa in baza urmatoarelor consideratii: independent de tipul de

curgere fluidul exercita asupra solidului o forta care este formata din doua componente: o forta  $F_s$  care se exercita de fluid asupra solidului in conditii statice si o forta  $F_r$  care se poate manifesta numai la curgerea fluidului si care poate fi considerata o *forta rezistenta* care se opune curgerii.

Aceasta forta rezistenta poate fi exprimata arbitrar printr-o relatie de forma:

$$F_r = f \cdot A_c \cdot E_c \quad (\text{II.156})$$

in care:  $f$  este *factorul de frecare*,  $A_c$  este *aria caracteristica a sistemului de curgere*, iar  $E_c$  este *energia cinetica a unitatii de volum a fluidului* ( $E_c = \rho v^2 / 2$ ). Relatia de mai sus nu exprima o lege a mecanicii fluidelor ci numai o relatie de definitie pentru factorul de fracare  $f$ .

Cunoasterea rezistentelor hidrodinamice într-un sistem de curgere este importantă deoarece valoarea acestora influențează consumul de energie. Rezistențele hidrodinamice sunt cauzate de două fenomene: *frecări* și *inertie*.

Fortele de frecare se manifestă între straturile fluidului – *frecări interne* – și între fluid și solid – *frecări externe*. *Inertia* este cauzată de variații ale vitezei fluidului în diferite porțiuni ale sistemului de curgere, determinate de *modificări ale secțiunii* sau *directiei de curgere*.

În continuare se prezintă determinarea rezistentelor hidrodinamice pentru câteva sisteme de curgere de importanță practică mai deosebită.

## ***II.2.5.3.1. Rezistente hidrodinamice la curgerea in conducte***

In functie de natura lor, rezistentele hidrodinamice se clasifica in *rezistente de frecare* – cauzate numai de frecarile in portiunile drepte ale conductei – si *rezistente locale* – cauzate de actiunea simultana a frecarilor si inertiei in armaturi si in alte elemente ale conductei.

### ***II.2.5.3.1.1. Rezistente determinate de frecari***

Rezistentele de frecare sunt calculate pentru portiunile drepte ale conductei fiind denumite *rezistente liniare*. Exprimarea cantitativa a acestor rezistente se face de obicei prin caderea de presiune,  $\Delta P$  .

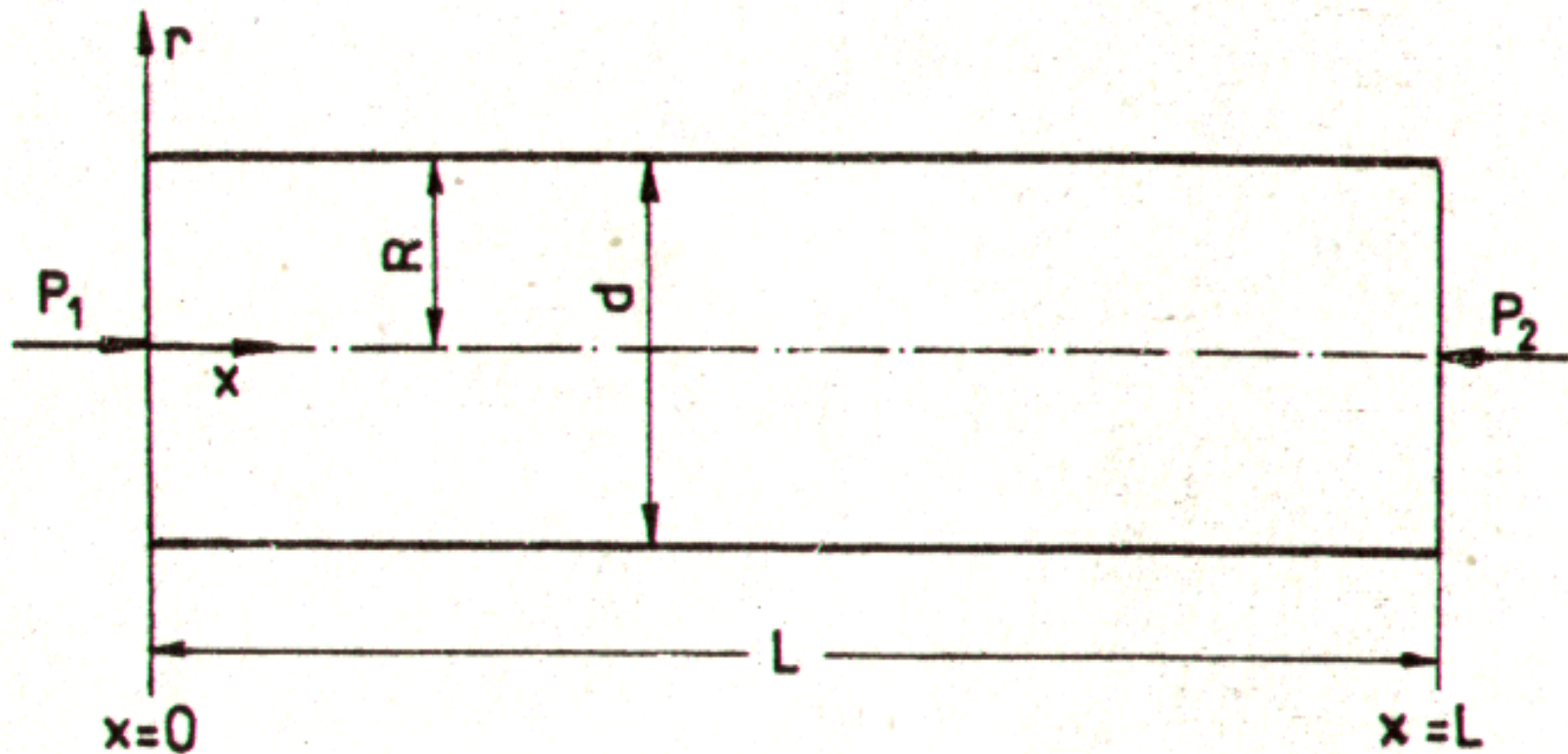


Fig. II.38

Secțiune printr-o conductă circulară de lungime  $L$  și rază  $R$ , prin care are loc curgerea sub o diferență de presiune,  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

*Forța activă* care cauzează curgerea este determinată de diferența de presiune menținută între capetele conductei care se poate exprima cu relația:

$$F_a = \Delta P \pi R^2 = \Delta P \frac{\pi d^2}{4} \quad (\text{II.157})$$

*Forța de frecare* poate fi considerată a fi echivalentă cu fluxul de impuls schimbat între fluid și pereții conductei și deci poate fi calculată prin integrarea fluxului unitar de impuls pe suprafața de contact dintre fluid și solid, care este tocmai aria laterală interioară a conductei:

$$F_r = \int_0^L \left( \int_0^{2\pi} -\eta \frac{\partial v_x}{\partial r} \Big|_{r=R} R d\theta \right) dx \quad (\text{II.158})$$

Relatia de mai sus este valabila indiferent de regimul de curgere. Pentru utilizarea ei trebuie cunoscuta *distributia vitezelor* respectiv a *tensiunilor tangentiale* in interiorul fluidului. Aceste distributii sunt cunoscute riguros numai in curgerea laminara. Din acest motiv pentru determinarea rezistentelor de frecare in cazul general se foloseste *metoda coeficientilor de frecare*.

Conditia de echilibru intre *forta activa* si cea de *rezistenta*, conduce la relatia:

$$\Delta P \frac{\pi d^2}{4} = f A_c E_c \quad (\text{II.159})$$

in care:  $A_c = 2\pi \cdot R \cdot L = \pi \cdot d \cdot L \quad (\text{II.160})$



iar *energia cinetica a unitatii de volum* se calculeaza cu viteza medie a fluidului:

$$E_c = \frac{mv^2}{2V} = \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.161})$$

Cu aceste precizari se obtine:

$$\Delta P = 4 \cdot f \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (\text{II.162})$$

Factorul **4f** se noteaza cu  **$\lambda$**  si se numeste *coeficient de frecare in conducta* sau *coeficientul Fanning*, iar  **$\Delta P$**  este insosit de indicele **f**.

$$\Delta P_f = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (\text{II.163})$$

Factorul  $\lambda \frac{L}{d}$  este adimensional si se numeste *coeficient de rezistenta determinat de frecari*, fiind notat cu  $\xi_f$

$$\Delta P_f = \xi_f \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (\text{II.164})$$

Coeficientul de frecare  $\lambda$  este o functie de intensitatea curgerii – caracterizata prin valoarea lui Reynolds – cat si de *rugozitatea relativa a conductei*,  $\varepsilon$ .

$$\lambda = f(\text{Re}, \varepsilon) \quad (\text{II.165})$$

unde:

$$\varepsilon = \frac{e}{d} \quad (\text{II.166})$$

Rugozitatea relativa este data de raportul dintre rugozitatea absoluta,  $e$ , si diametrul interior al conductei,  $d$ . Criteriul **Re** indica *influenta frecarilor interne* iar rugozitatea relativa indica *influenta fercarilor cu peretele conductei*.

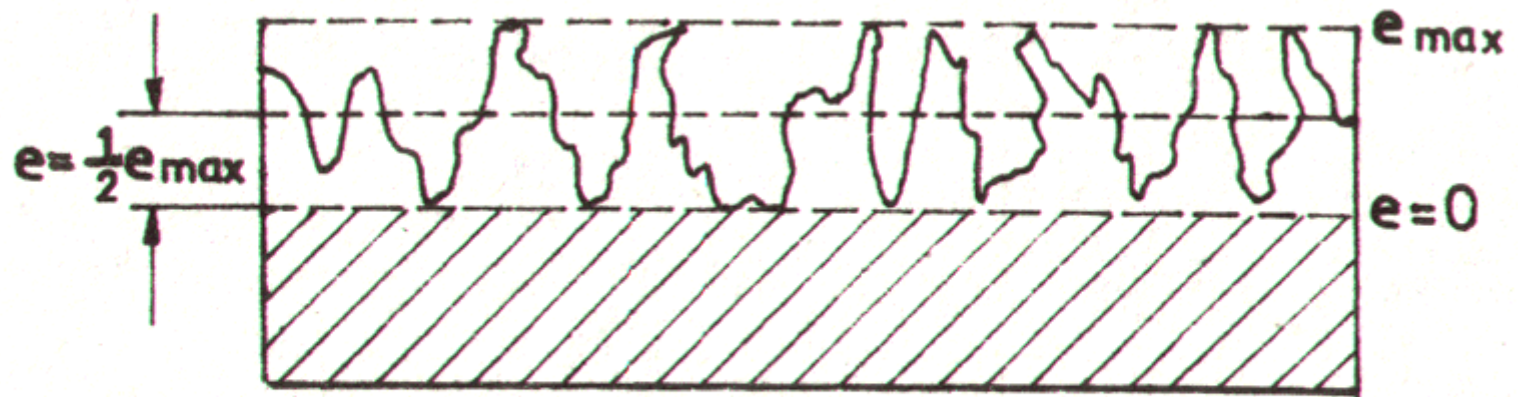


Fig. II.39  
Rugozitatea suprafețelor solide.

In regim laminar  $\lambda$  nu depinde de rugozitate ci numai de **Re**. In regim puternic turbulent forțele viscoase sunt neglijabile și  $\lambda$  depinde numai de rugozitatea relativă și nu depinde de **Re** (*regim sau domeniu de automodelare*).

Pentru regimul laminar expresia pentru coeficientul de fracare  $\lambda$  se stabilește utilizând relația Fanning-Darcy și relația care da viteza medie în curgerea laminară:

$$v = \frac{\Delta P R^2}{8\eta L} = \frac{\Delta P d^2}{32\eta L} \quad (\text{II.167})$$

din care:

$$\Delta P = \frac{32\eta L v}{d^2} \quad (\text{II.168})$$

dar prin combinarea celor doua relatii care exprima caderea de presiune  $\Delta P$ , se obtine:

$$\lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \frac{32\eta L v}{d^2} \quad (\text{II.169})$$

$$\lambda = \frac{64\eta}{\rho v d} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (\text{II.170})$$

Relatii intre  $\lambda$  si **Re** se pot stabili si pentru regimul turbulent, utilizand distributia vitezelor pentru regimul turbulent. O astfel de relatie este *formula lui Blasius*:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} \quad \text{valabila pentru } \text{Re} < 10^5 \quad (\text{II.171})$$

Pentru conducte rugoase se recomanda determinarea coeficientilor de frecare  $\lambda$  din date experimentale corelate sub forma unor grafice. Un astfel de grafic care da variatia lui  $\lambda$  in functie de  $\text{Re}$ , pentru diverse valori ale inversei rugozitatii relative,  $1/\varepsilon$  este prezentat in graficul urmator:

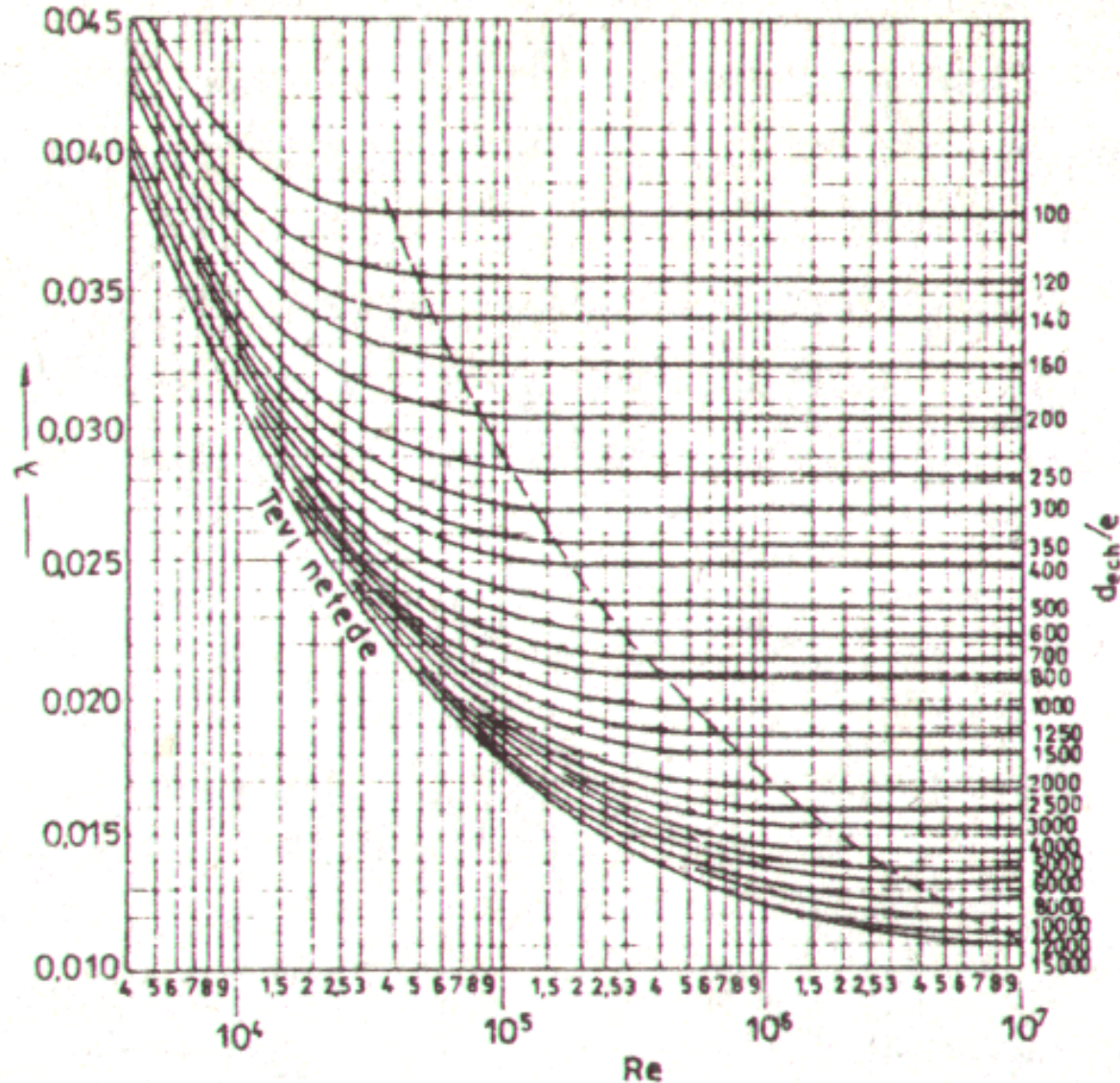


Fig. II.40

Variația coeficientului de frecare  $\lambda$ , în funcție de criteriul  $Re$  și inversul rugozității relative  $1/\epsilon = d/e$ .

## ***II.2.5.3.1.2. Rezistente locale***

*Rezistentele locale determina caderi de presiune prin frecari si inertie si sunt date de: elementele de legatura intre portiunile drepte ale conductei (coturi, reductii, teuri, ramificatii, etc), de elementele de reglare a curgerii (robinete, vane, etc), de elementele de masurare a parametrilor fluidului (diafragme, rotametre, etc) si de alte elemente ce pot fi intalnite pe un traseu de curgere.*

Caderea de presiune determinata de rezistentele locale se pot calcula prin doua metode:

- *metoda coeficientilor de rezistenta locala (metoda mai exacta);*
- *metoda lungimilor echivalente (mai putin exacta).*

*a) metoda coeficientilor de rezistenta locala*

$$\Delta P_{rl} = \xi \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.172})$$

Daca pe un traseu de curgere sunt **n** rezistente locale:

$$\Delta P_{rl} = \sum_{i=1}^n \xi_i \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.173})$$

Coeficientii de rezistenta locala se determina experimental si sunt tabelati in literatura de specialitate.

*b) metoda lungimilor echivalente*

Aceasta metoda foloseste *relatia Fanning-Darcy* in care lungimea conductei este inlocuita cu lungimea echivalenta a rezistentei locale, **L<sub>e</sub>**.



$$\Delta P_{rl} = \lambda \frac{L_e}{d} \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.174})$$

$$L_e = k_{rl} \cdot d \quad (\text{II.175})$$

Lungimea echivalenta se exprima in functie de diametrul conductei. Coeficientul  $k_{rl}$  este tabelat pentru diverse tipuri de rezistenta locala.

Caderea totala de presiune  $\Delta P_p$  va fi egala cu suma  $\Delta P_f + \Delta P_{rl}$ .

$$\Delta P_p = \left( \lambda \frac{L}{d} + \sum \xi_i \right) \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.176})$$

$$\Delta P_p = \lambda \frac{L + L_e}{d} \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad (\text{II.177})$$

## ***II.2.5.3.2. Rezistente hidrodinamice la curgerea in jurul corpurilor imersate***

Acest tip de curgere este destul de frecvent intalnit in practica in situatii cum ar fi: *curgerea unui fluid peste un cilindru sau peste un ansamblu ordonat de cilindrii, miscarea unor particule solide in sedimentare, deplasarea unui agitator intr-un lichid si altele.*

Din punct de vedere hidrodinamic sunt echivalente urmatoarele situatii:

- *un corp solid se deplaseaza intr-un fluid in nemiscare;*
- *fluidul se deplaseaza in jurul unui solid aflat in repaus;*
- *se deplaseaza atat solidul cat si fluidul, viteza relativa dintre ele fiind diferita de zero.*

Forța de rezistență pe care o opune corpul solid la deplasarea fluidului se exprimă cu relația generală:

$$F_r = f \cdot A_c \cdot E_c \quad (\text{II.178})$$

În acest caz *aria caracteristică*  $A_c$  este data de *suprafața proiecției corpului solid pe un plan perpendicular pe direcția de curgere a fluidului*, iar *energia cinetică a unității de volum*,  $E_c$ , se calculează cu viteza relativă dintre fluid și solid. Factorul  $f$  se numește *coeficient de rezistență* și se notează cu  $\xi$ .

Dacă corpul este o sferă de diametru  $d$ , aria caracteristică este suprafața unui cerc de diametrul  $d$  și relația de mai sus devine:

$$F_r = \xi \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_f v^2}{2} \quad (\text{II.179})$$

Coeficientul de rezistenta  $\xi$  depinde in general de regimul de curgere, de forma corpului si de rugozitatea lui. Pentru corpuri sferice, netede, coeficientul de rezistenta  $\xi$  depinde numai de **Re**, care se calculeaza cu relatia:

$$\text{Re} = \frac{\rho_f dv}{\eta_f} \quad (\text{II.180})$$

Legea de dependenta  $\xi=f(\text{Re})$  se schimba in doua valori critice ale lui Reynolds, si anume la  $\text{Re}=2$  si la  $\text{Re}=500$ .

Pentru  $Re < 2$ , curgerea este laminara iar domeniul este Stokes.

$$Fr = 6\pi R\eta_f v = 3\pi d\eta_f v \quad (II.181)$$

$$Fr = 3\pi d\eta_f v = \xi \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_f v^2}{2} \quad (II.182)$$

din care, dupa simplificari, rezulta:

$$\xi = \frac{24\eta_f}{\rho_f dv} = \frac{24}{Re} \quad (II.183)$$

Pentru:  $2 < Re < 500$  domeniul este *Allen*:

$$\xi = \frac{18,5}{Re^{0,6}} \quad (II.184)$$

Iar pentru:  $Re > 500$  domeniul de curgere este *Newton*,  
si:

$$\xi = 0,44 \quad (II.185)$$