

II.2. Dinamica fluidelor (transferul de impuls)

Curgerea este o deformare continua a fluidului care se produce atunci cand rezultanta fortelor care actioneaza asupra fluidului este diferita de zero.

Dinamica fluidelor studiaza comportarea fluidelor in timpul curgerii si interactiunea lor cu frontierele solide, tinand cont atat de fortele active care intretin starea de miscare cat si de fortele rezistente, care se opun curgerii.

Dinamica fluidelor face apel la legile generale ale fizicii dintre care cele mai importante sunt: *legea conservarii masei, legea conservarii impulsului si legea conservarii energiei.*

Din punct de vedere istoric teoria clasica a dinamicii fluidelor s-a dezvoltat prin studiile teoretice efectuate asupra unui fluid lipsit de viscozitate denumit *fluidul ideal* sau *pascalian*.

Fluide ideale (lipsite de viscozitate) sau *fluide Pascal* sunt *medii omogene fara viscozitate*, adica *nu opun rezistenta la deformare*.

Practica a infirmat rezultatele bazate pe modelul de fluid ideal (inviscid). De exemplu s-a constatat ca in realitate consumul de energie necesar transportarii sau amestecarii fluidelor este mult mai mare decat cel calculat in ipoteza fluidului ideal.

Prandtl a incercat sa depaseasca neajunsurile teoriilor bazate pe modelul de fluid inviscid si introduce conceptul de *strat limita hidrodinamic*.

Conform acestei teorii la interfata dintre fluid si o frontiera solida se formeaza o zona in care ineractiunile dintre fluid si solid se manifesta ca *forte de rezistenta* care se opun curgerii. Curgerea in afara stratului limita este lipsita de rezistente interne si deci ecuatiile de miscare ale fluidelor ideale raman valabile.

Desi introducerea *teoriei stratului limita* a reprezentat in salt calitativ in dinamica fluidelor si aceasta prezinta o serie de limite ceea ce a contribuit la dezvoltarea *dinamicii fluidelor reale*.

Fluidele reale sunt acelea care opun *rezistenta la deformare* (la curgere) datorita *fortelor de frecare dintre straturi*. Intensitatea acestor forte se exprima prin *vascozitatea dinamica a fluidului*. Prin urmare fluidele reale au vascozitate.

Pentru multe fluide viscozitatea depinde numai de parametrii de stare (temperatura și presiune) și nu depinde de parametrii sollicitărilor la care este supus fluidul (*tensiunea de deformare și viteza de deformare*).

Aceste fluide sunt denumite *normal viscoase* sau *fluide newtoniene*.

Dezvoltarea unor industrii noi cum ar fi: industria cauciucurilor, a maslor plastice, a fibrelor sintetice, etc. a evidențiat că există și fluide a căror viscozitate este dependentă de parametrii sollicitărilor și uneori și de timp. Aceste fluide reale au fost denumite *fluide anormal viscoase* sau *fluide nenewtoniene*.

Mai mult decât atât, o serie de fluide reale, pe lângă atributul esențial al stării fluide – *viscozitatea* – pot manifesta

intr-o anumita pondere si proprietati specifice solidelor – *elasticitatea si plasticitatea*.

Studiul comportarii la sollicitari exterioare a fluidelor neneutroniene a impus aparitia si dezvoltarea unei stiinte noi, cu caracter interdisciplinar denumita *reologie*.

II.2.1 Comportarea reologica a fluidelor.

Reologia a fost definita de Bingham drept *stiinta a curgerii si a deformarii* si are ca obiect *studiul comportarii corpurilor la sollicitari exterioare*.

O forta aplicata unui corp poate determina *modificarea pozitiei* corpului sau, in anumite conditii poate determina *deformarea corpului*, prin modificarea *formeii si volumului* acestuia.

Fluidele prin aplicarea unei forte exterioare nu ajung la o deformatie de echilibru, gradul de deformare se modifica continuu in timp, iar deformatia nu se recupereaza dupa indepartarea fortei exterioare. Acest fenomen se numeste *curgere*.

Comportarea corpurilor sub aspectul deformarii acestora la actiunea unei sollicitari exterioare se numeste *comportare reologica*. In functie de comportarea reologica deosebim:

-*corpuri cu proprietati unitare* – poseda o singura proprietate care poate fi: *vascozitate, elasticitate sau plasticitate*

- *corpuri cu proprietati multiple* – manifesta doua sau chiar trei proprietati reologice.

Relatia dintre tensiune si deformatie sau viteza de deformare poate fi exprimata printr-o dependanta analitica – *ecuatie reologica* – sau prin una grafica – *reograma*.

II.2.1.1 Corpuri cu proprietati unitare si comportare reologica ideala.

Corpurile din natura posedea trei proprietati fundamentale: *vascozitate, elasticitate si plasticitate*. Acestea sunt:

- *fluidul lui Newton, sau corpul pur vascos;*
- *solidul lui Hooke, sau corpul perfect elastic;*
- *plasticul lui St. Venant, sau corpul perfect plastic.*

II.2.1.2. Fluide vascoase newtoniene

Pentru a explica comportarea in curgere a fluidelor reale se considera curgerea intre doua placi plane si paralele intre care se afla un fluid real (Fig.II.6).

Antrenarea in miscare a straturilor este determinata de *fortele de frecare* dintre straturile fluidului, forte ce sunt cauzate de *coeziunea moleculara*.

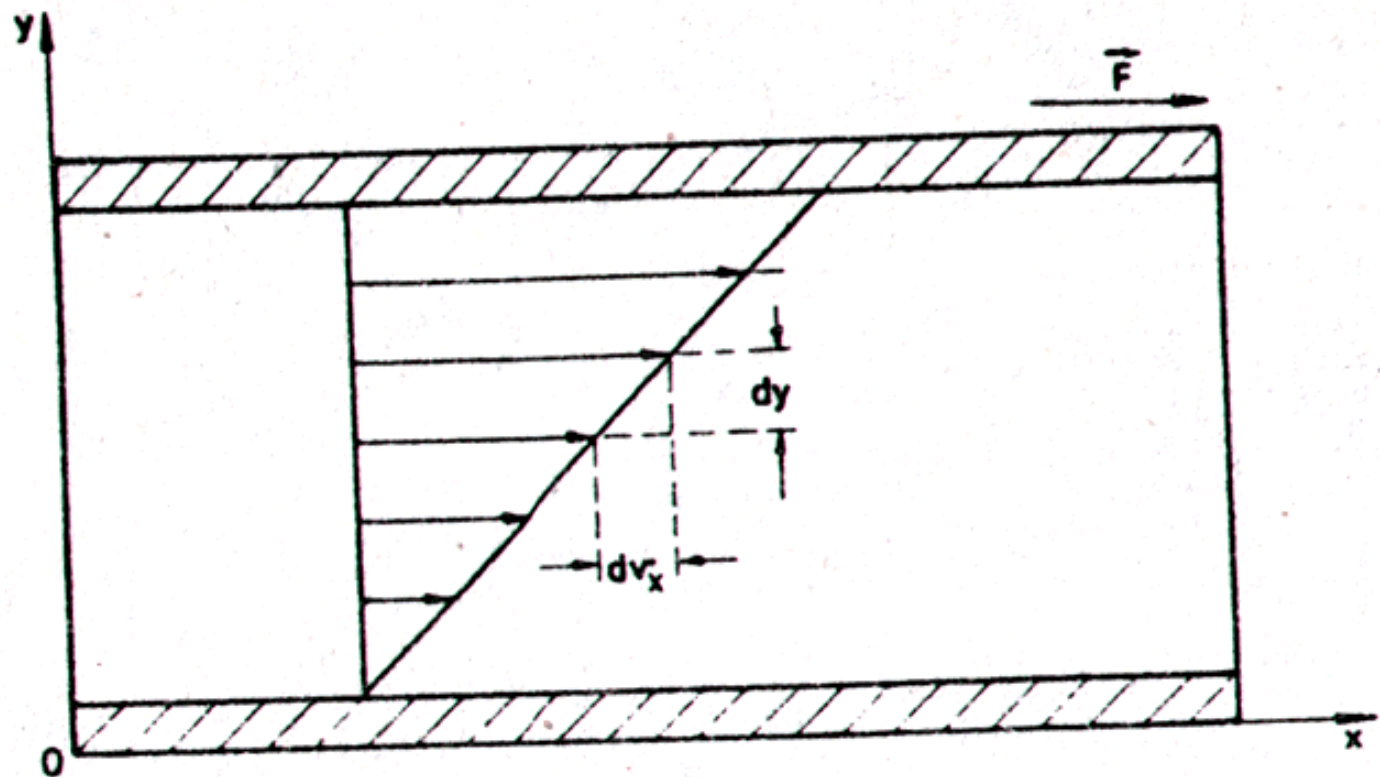


Fig. II.6
Curgerea între două plăci plane paralele.

Placa inferioara este fixa iar cea superioara se poate deplasa in plan orizontal dupa o directie x . Intre cele doua placi se afla un *fluid newtonian*.

Daca se aplica o forta exterioara F , asupra placii superioare aceasta se va deplasa in sensul de actiune a fortei cu o viteza care depinde de valoarea fortei F . Datorita *fortelor de adeziune* dintre fluid si solid stratul de fluid adiacent placii superioare se va deplasa odata cu placa cu o viteza egala cu cea a placii. Acest strat va antrena in miscare, datorita *fortelor de coeziune moleculara*, stratul inferior vecin cu el, dar cu o viteza mai mica, s.a.m.d., astfel incat miscarea se va transmite din aproape in aproape, in toata masa fluidului dintre cele doua placi. Stratul de *fluid adiacent placii inferioare are viteza zero* (nu exista alunecare la la frontiera solida).

Antrenarea in miscare a straturilor este determinata de *fortele de frecare* determinate de coeziunea moleculara a caror expresie se exprima prin relatia:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv_x}{dy} \quad (\text{II.22})$$

sau, tinand cont ca prin definitie $F/A = \tau_{yx}$

$$\tau_{yx} = \eta \cdot \frac{dv_x}{dy} \quad (\text{II.23})$$

Relatiile de mai sus reprezinta **Legea de frecare a lui Newton.**

Constanta de proportionalitate η se numeste *coeficient de viscozitate dinamica* sau mai simplu *viscozitate dinamica*.

Raportul **F/A** este *tensiunea tangentiala* sau *tensiunea de forfecare* care se noteaza cu τ_{yx} .

Prin conventie primul indice arata axa perpendiculara pe suprafata in care actioneaza forta tangentiala, iar cel de-al doilea indica directia in care actioneaza forta, directie identica cu sensul de curgere.

Tensiunea tangentiala, τ_{yx} , cauzeza o deformatie γ_{yx} a unui volum elementar de fluid. Considerand un element de volum infinit mic de forma paralelipipedica de inaltime dy , raportat la un sistem de referinta cartezian, aceasta va suferi o forfecare pura sub actiunea tensiunii tangentiale, τ_{yx} (fig.II.7). Tensiunea tangentiala care actioneaza pe fata superioara a paralelipipedului va determina deplasarea acesteia pe directia x , cu o valoare infinit mica, dx .

Deformatia , γ_{yx} , produsa de tensiunea tangentiala, τ_{yx} este data de relatia:

$$\gamma_{yx} = \frac{dx}{dy} \quad (II.24)$$

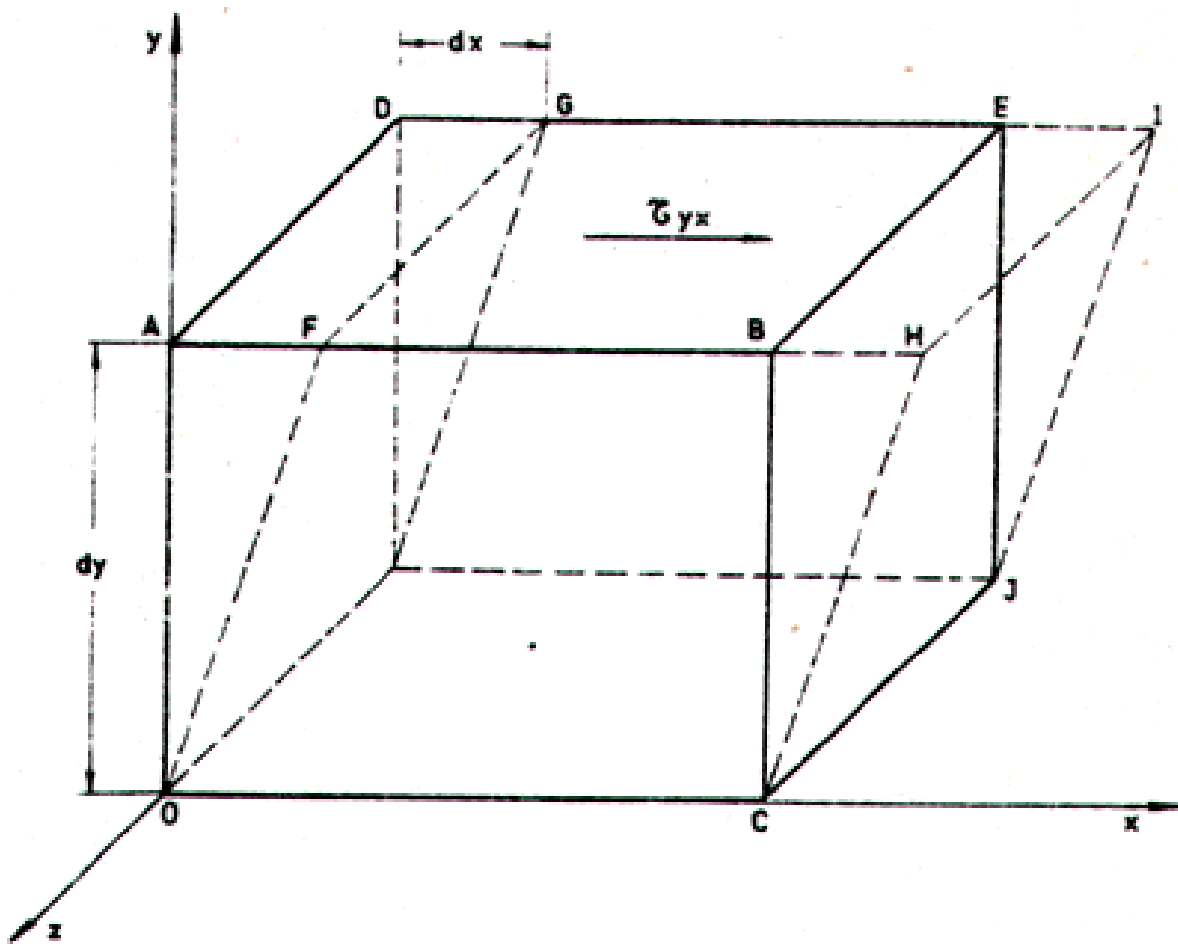


Fig. II.7

Deformarea unui element de volum paralelipedic sub acțiunea unei tensiuni tangențiale care acționează pe una din fețele elementului de volum.

Prin definitie, variatia in timp a deformatiei reprezinta *viteza de deformare*, $\dot{\gamma}_{yx}$:

$$\dot{\gamma}_{yx} = \frac{d\gamma_{yx}}{dt} \quad (\text{II.25})$$

Printr-un artificiu de calcul se arata ca *viteza de deformare* (*viteza de forfecare*) este echivalenta cu *gradientul de viteza*.

$$\dot{\gamma}_{yx} = \frac{d\gamma_{yx}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{dv_x}{dy} \quad (\text{II.26})$$

Tinand cont de legea de frecare a lui Newton, rezulta:

$$\tau_{yx} = \eta \dot{\gamma}_{yx} \quad (\text{II.27})$$

Este usor de constatat ca relatia anterioara exprima o relatie liniara intre parametrii solicitarii, astfel incat aceasta este tocmai ecuatia *reologica a lichidului Newton*, supus la forfecare simpla. Relatia grafica intre tensiune si viteza de deformare, denumita *reograma, pentru lichidul Newton* este o dreapta care trece prin origine si este reprezentata in fig.II.8.

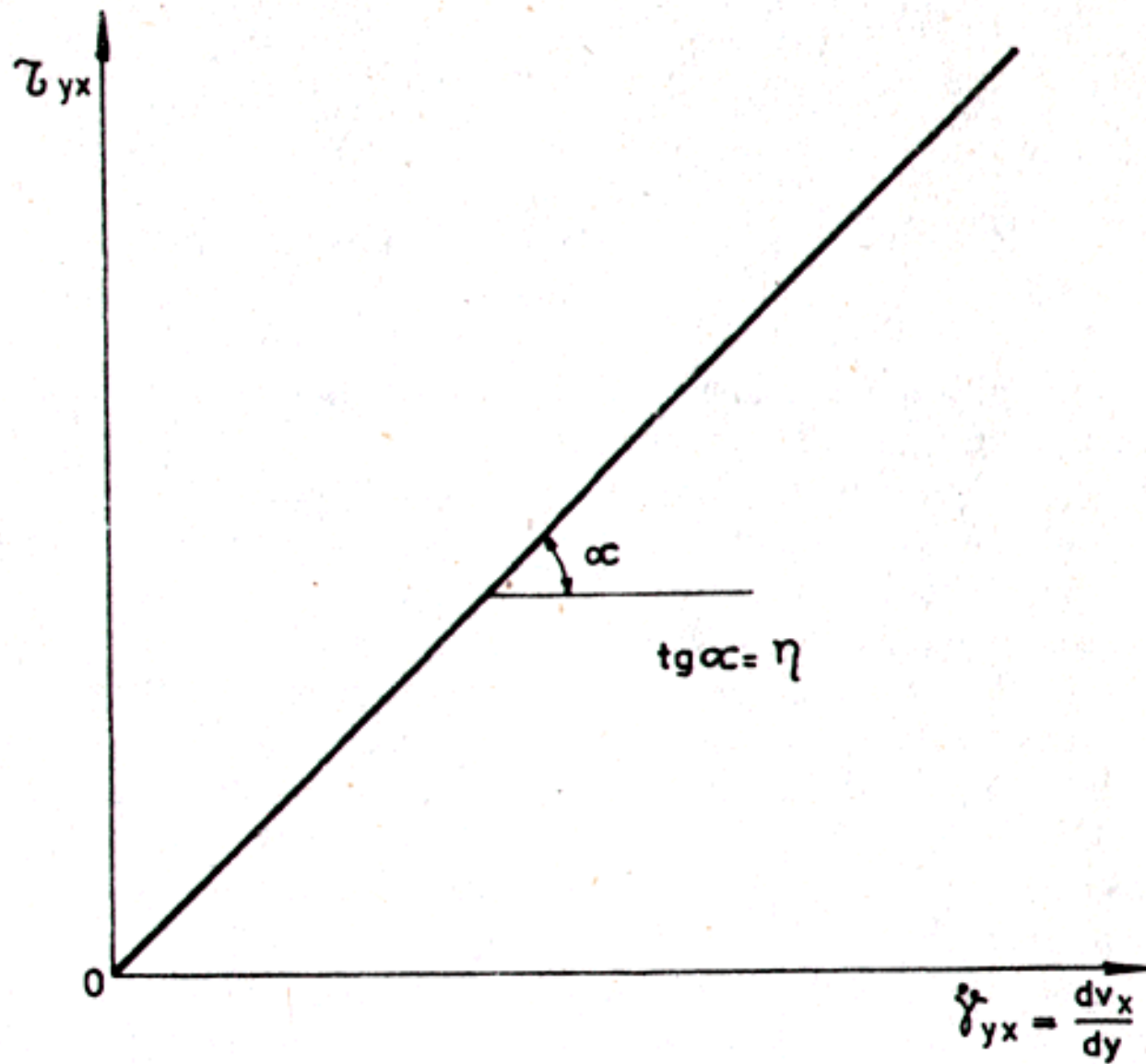


Fig. II.8

Reograma lichidului Newton, supus la forfecare simplă.

Daca tensiunea tangentiala actioneaza pe una dintre fetele unui element de volum paralelipipedic, dupa o directie oarecare aceasta va determina o deformatie mai complexa a elementului de volum (fig.II.9). In acest caz relatia dintre tensiuni si vitezele de deformare este mai complexa si poarta numele de *legea generalizata a lui Newton*.

Acesta relatie exprima tot o dependenta liniara intre tensorul tensiunilor si tensorul vitezelor de deformare si contine doi coeficienti de material, η (vascozitatea dinamica) si η_v (vascozitatea volumica care este o masura rezistentei la modificarile de volum).

$$\tau_{ij} = 2\eta\dot{\gamma}'_{ij} - \left(\eta_v - \frac{2}{3}\eta\right)\nabla v\delta_{ij} \quad (\text{II.28})$$

unde:

$$\dot{\gamma}_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i} \right) \quad (\text{II.29})$$

iar:

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (\text{II.30})$$

δ_{ij} - este tensorul unitate sau *simbolul lui Kronecker* ($\delta=1$, pentru $i=j$ si $\delta=0$, pentru $i \neq j$)

Vascozitatea volumica, η_v , este zero pentru lichide dar este neglijabila si pentru gaze la presiuni uzuale. De asemenea viteza de deformare volumica, $\nabla \mathbf{v}$, are valoarea zero pentru fluide necompresibile. Deci:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} = -\eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i} \right) \quad (\text{II.31})$$

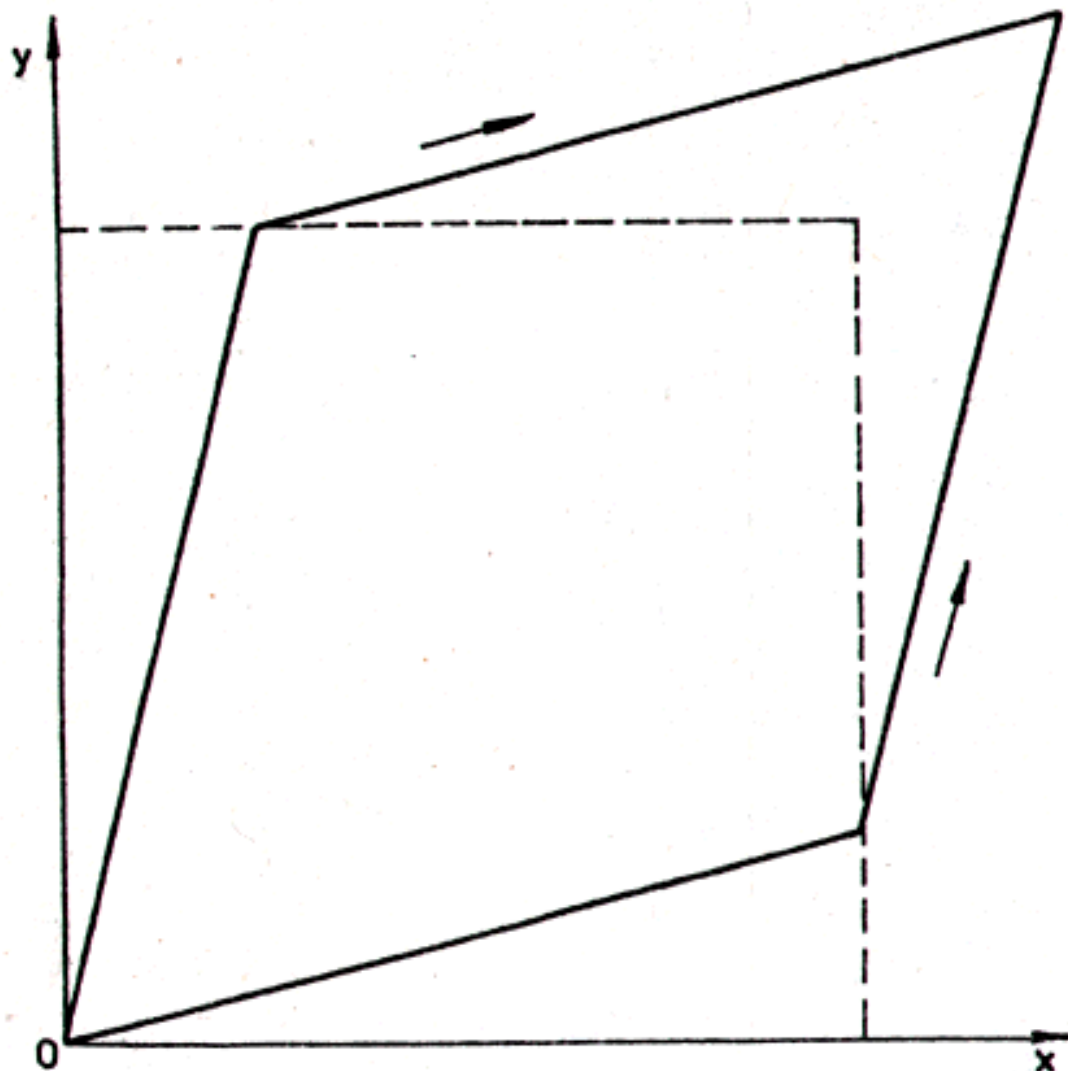


Fig. II.9
Efectul tensiunii tangențiale care acționează după o direcție oarecare

Daca fluidul este supus la forfecare simpla, ca si in cazul curgerii intre doua placi plane paralele, dupa directia j relatia pentru aceasta forfecare se reduce la:

$$\tau_{ij} = -\eta \frac{\partial v_j}{\partial i} \quad (\text{II.32})$$

care este tocmai ecuatia *reologica Newton* pentru forfecare simpla.

In cazul tensiunilor normale (cand $i=j$) ecuatia reologica a fluidului Newton va fi:

$$\tau_{jj} = -2\eta \frac{\partial v_j}{\partial i} + \frac{2}{3} \eta \nabla v \quad (\text{II.33})$$

care se simplifica pentru fluide necompresibile, pentru care

$$\nabla \mathbf{v} = 0$$

$$\tau_{jj} = -2\eta \frac{\partial v_j}{\partial i} \quad (\text{II.34})$$

Frecarea interna, a carei intensitate se exprima prin viscozitatea dinamica a fluidului, are ca rezultat un consum de energie din energia exterioara care intretine curgerea, motiv pentru care viscozitatea dinamica intervine in multe relatii de calcul ingineresti.

Este important sa se cunoasca influenta parametrilor de stare (**P** si **T**) asupra viscozitatii dinamice. Astfel la lichide viscozitatea scade cu cresterea temperaturii si nu depinde de presiune. La gaze viscozitatea creste cu temperatura si este independanta de presiune la valori ale presiunii mai mici de 10 atmosfere.

La *lichide* viscozitatea este controlata de fortele de coeziune moleculara si de aceea mobilitatea moleculelor creste reducand intensitatea fortelor intermoleculare, fapt ce explica micșorarea viscozitatii la cresterea temperaturii.

Variatia viscozitatii dinamice a *gazelor* se explica cu ajutorul teoriei cinetice a gazelor conform careia distanta dintre molecule este suficient de mare astfel incat interactiunea dintre acestea sa fie determinate prin ciocniri bimoleculare care se amplifica cu cresterea temperaturii. Deoarece distanta dintre molecule nu scade foarte mult pana la 10 atmosfere influenta presiunii asupra viscozitatii este neglijabila la presiuni mici.

Unitatea de masura a viscozitatii dinamice rezulta din legea frecarii a lui Newton:

$$\eta = \frac{\tau_{yx}}{\frac{dv_x}{dy}} \quad (II.35)$$

din care:

$$[\eta]_{\text{SI}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} = 1 \text{Pa} \cdot \text{s} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$$

respectiv in sistemul C.G.S.:

$$[\eta]_{\text{CGS}} = 1 \frac{\text{dyn} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} = 1 \text{P (Poise)}$$

cu submultiplul *centipoise*:

$$1 \text{cP} = 10^{-2} \text{P} = 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$$

Raportul dintre viscozitatea dinamica si densitate defineste

viscozitatea cinematica, $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ (II.36)

care are unitatea de masura in S.I. respectiv in C.G.S.:

$$[\nu]_{SI} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$[\nu]_{CGS} = 1 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 1 \text{St} \quad (\text{Stokes})$$

respectiv 1 centistokes:

$$1 \text{cSt} = 10^{-2} \text{St} = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Pentru fluide omogene si izotrope ecuatiya reologica a fluidului Newton se poate scrie si in forma:

$$\tau_{yx} = \frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{d(\rho v_x)}{dy} = \nu \frac{d(\rho v_x)}{dy} \quad (\text{II.37})$$

Relatia de mai sus poate fi utilizata si pentru a arata ca, de fapt, *curgerea reprezinta un transfer de impuls*. In acest scop se impune sa se reaminteasca semnificatia unor marimi fizice:

- *impulsul (cantitatea de miscare sau momentul)* este dat de produsul dintre masa si viteza fluidului:

$$I = m \cdot v \quad (II.38)$$

- *debitul (fluxul) de impuls*:

$$\frac{dI}{dt} = m \frac{dv}{dt} = m \cdot a = F \quad (II.39)$$

Prin urmare, forta ce actioneaza asupra unui corp (inclusiv fluid) poate fi considerata ca un *debit (flux) de impuls transferat corpului*.

- *fluxul unitar de impuls* este definit de debitul de impuls transferat prin unitatea de suprafata:

$$\frac{1}{A} \frac{dI}{dt} = \frac{F}{A} = \tau \quad (\text{II.40})$$

de unde rezulta ca tensiunea, τ , nu este altceva decat un flux unitar de impuls;

- "*concentratia impulsului*" este data de impulsul unitatii de volum:

$$\frac{I}{V} = \frac{m \cdot v}{V} = \rho \cdot v \quad (\text{II.41})$$

Deci curgerea intre doua suprafete plane si paralele poate fi privita astfel: forta exterioara \mathbf{F} cu care se actioneaza

asupra placii mobile este un *debit de impuls* transferat din exterior fluidului aflat între cele două plăci. Datorită forțelor de frecare dintre straturile fluidului, a căror intensitate este exprimată prin vâscozitatea dinamică, mișcarea se transmite din aproape în aproape, în interiorul fluidului.

Datorită naturii moleculare a vâscozității se spune că în acest caz impulsul se transferă prin *mecanism molecular*.

Prin urmare ecuația lui Newton arată că fluxul unitar de impuls molecular care se transferă în fluid pe direcția y este proporțional cu *gradientul "concentratiei impulsului"*. *Gradientul concentratiei impulsului* $d(\rho v_x)/dy$ reprezintă forța *motoare a transferului de impuls molecular*.

In afara mecanismului molecular, impulsul se transfera si concomitent cu masa de fluid in curgere, sub actiunea unui gradient de presiune sau a fortei gravitationale (cu alte cuvinte, in *virtutea curgerii, fluidul transporta cu sine o cantitate de miscare*). Acest mecanism de transfer al impulsului se numeste *meccanism convectiv*, iar debitul de impuls convectiv este dat de produsul dintre debitul volumic de fluid si “*concentratia impulsului*”:

$$\left(\frac{dl}{dt} \right)_{\text{convectiv}} = M_v \cdot \rho \cdot v \quad (\text{II.42})$$

In cazul curgerii fluidelor sub actiunea unei forte exterioare transferul impulsului are loc atat prin *meccanism molecular* cat si prin *meccanism convectiv*.